

타원판에 의한 벡터 중력 및 중력 변화율 텐서 반응식

임형래*

부산대학교 지구과학교육과
부산대학교 미래지구환경연구소

The Expressions of Vector Gravity and Gravity Gradient Tensor due to an Elliptical Disk

Hyoungrea Rim*

Department of Earth Science Education, Pusan National University
Institute for Future Earth, Pusan National University

요약

이 논문에서는 타원판의 벡터 중력과 중력 변화율 텐서 반응식을 유도하였다. 타원판의 벡터 중력은 이중 적분으로 표현한 타원판에 의한 중력 퍼텐셜을 각 축 방향으로 미분하여 유도한다. 이중 적분으로 정의된 타원판에 의한 벡터 중력은 복소 그린 정리를 이용하여 타원판 경계를 따라 폐곡선의 선적분으로 변형한다. 최종적으로 타원판 경계를 매개변수로 설정하여 1차원 수치적분을 통하여 타원판에 의한 벡터 중력을 유도한다. 타원판에 의한 중력 변화율 텐서의 xz , yz , zz 성분은 타원판의 벡터 중력을 수직 방향으로 미분하여 구한다. xx , yy , xy 성분은 이중 적분 형태의 벡터 중력의 수평 성분을 먼저 수평 방향으로 미분한 후 복소 그린 정리를 이용하여 유도한다.

주요어

벡터 중력, 중력 변화율 텐서, 타원판, 복소 그린 정리

ABSTRACT

In this paper, the vector gravity and gravity gradient tensor of an elliptical disk are derived. The vector gravity of an elliptical disk is defined by differentiating the gravitational potential due to the elliptical disk expressed by a double integral with respect to each axial direction. The vector gravity defined by the double integral is then transformed into a line integral of a closed curve along the elliptical disk boundary using the complex Green's theorem. Finally, vector gravity due to the elliptical disk is derived by 1D parametric numerical integration along the elliptical disk boundary. The xz , yz , zz components of the gravity gradient tensor due to the elliptical disk are obtained by differentiating the vector gravity with respect to vertical direction. The xx , yy , xy components are derived by differentiating the horizontal components of the vector gravity in the form of a double integral with respect to horizontal directions and then using the complex Green's theorem.

KEYWORDS

vector gravity, gravity gradient tensor, elliptical disk, complex Green's theorem

서론

임의의 형태를 가진 3차원 이상체에 대한 중력 반응은 일반적으로 이상체의 단면을 다각형으로 근사하여 각각에 대한 중력 반응을 합산하여 계산한다(Nettleton, 1942; Talwani, 1973). 이러한 경우 다각형의 꼭지점 개수만큼 파라미터가 필요하므

로 계산의 편의를 위해 단면을 단순한 형태인 원형이나 타원형으로 근사한다. 단면의 면적이 일정하지 않은 축 대칭성 이상체의 경우, 이러한 근사법은 매우 유용하다. 예를 들어 칼데라 구조에 관입한 화성 암맥이나 김벌라이트 구조 등, 한 쪽 방향으로 연장된 이상체의 적용에 있어서 이러한 근사법이 적절하며(Kamm *et al.*, 2015; Battaglia *et al.*, 2008, Menezes

Received: 16 January 2024; Revised: 6 February 2024; Accepted: 23 February 2024

*Corresponding author

E-mail: brim2017@pusan.ac.kr

Address: 2 Busandaehak-ro, 63 beon-gil, Geumjeong-gu, Busan 46241, KOREA

©2024, Korean Society of Earth and Exploration Geophysicists

This is an Open Access article distributed under the terms of the Creative Commons Attribution Non-Commercial License (<http://creativecommons.org/licenses/by-nc/3.0/>) which permits unrestricted non-commercial use, distribution, and reproduction in any medium, provided the original work is properly cited.

and García, 2007), 원판보다는 타원판 근사가 일반적인 축 대칭 이상체의 적용에 더 적합하다. 따라서 2차원 단면의 조합으로 축 대칭성을 가진 3차원 이상체의 중력 반응을 계산하기 위한 타원판의 중력 반응 해석해가 필요하다. 여기에 더해 최근 중력 변화율 텐서는 기존의 수직 중력 탐사보다 많은 5개 성분을 측정하며 중력 변화율 텐서 성분을 조합하여 해석하는 방법으로 지하 밀도 구조를 정밀하게 분석해 낼 수 있는 특성을 이용하여 광물 자원 탐사 등에 널리 활용되고 있다 (Capriotti and Li, 2022; Jirigalatu and Ebbing, 2019; Uieda and Barbosa, 2012). 따라서 타원판에 의한 중력 변화율 텐서 자료를 지하 구조 해석에 활용하기 위해서는 중력 변화율 텐서 반응식의 해석해가 필수적이다.

이 논문에서는 타원판에 의한 벡터 중력과 중력 변화율 텐서의 반응식을 유도하고자 한다. 이를 위해 타원 기둥에 의한 벡터 중력 및 중력 변화율 텐서 반응식 유도(Rim, 2023)에 적용된 복소 그린 정리(complex Green's theorem)를 활용하여 타원판의 경계를 따라 선적분하는 방법을 사용하였다.

타원판에 의한 벡터 중력

측정점 (x, y, z) 에서 면밀도 ρ 이고, 넓이가 S 인 x - y 평면에 평행한 타원판의 인력 퍼텐셜(U)은 식 (1)과 같이 측정점과 이상체 내의 미소 면적소(infinitesimal integral surface)까지의 역거리를 이중 적분하는 방법으로 구해진다(Blakely, 1996). 식 (1)에서 γ 는 만유인력 상수이고, r 은 측정점과 2차원 미소 면적소까지의 거리이다. 측정점을 위한 좌표계 (x, y, z) 는 북쪽을 x 축, 동쪽을 y 축, 깊이 방향을 z 축으로 설정한 오른손 직교 좌표계를 이용한다. 타원판을 표현하는 좌표계 (ξ, η, ζ) 도 동일한 직교 좌표계를 적용한다. Fig. 1은 타원판의 모식도와 여기에 적용된 좌표계를 보여준다. 타원판 중심의 좌표는 (ξ_0, η_0, ζ_0) 이고, 타원판의 두 반지름은 각각 a 와 b 이다.

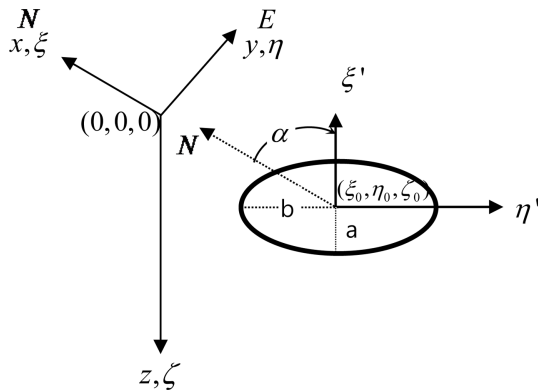


Fig. 1. The schematic geometry of an elliptical disk. The center of the elliptical disk is located at (ξ_0, η_0, ζ_0) . Two radii of the elliptical disk are a and b respectively. The heading α is the angle between the north and one axis of the elliptical disk. The identical Cartesian coordinates are used for observations and the elliptical disk.

$$U(x, y, z) = \gamma\rho \iint_S \frac{1}{\sqrt{(\xi-x)^2 + (\eta-y)^2 + (\zeta_0-z)^2}} d\xi d\eta$$

$$= \gamma\rho \iint_S \frac{1}{r} d\xi d\eta \quad (1)$$

타원판에 의한 수직 중력 g_z 은 식 (1)을 z 축으로 미분하여 구한다.

$$g_z = \frac{\partial U}{\partial z} = \gamma\rho \iint_S \frac{\zeta_0 - z}{r^3} d\xi d\eta \quad (2)$$

식 (2)를 복소 평면에서의 1차원 선적분으로 변형하기 위하여 켈레 복소수를 도입하여 타원판의 경계를 매개 변수 t 로 표현한다. 켈레 복소수의 실수부와 허수부는 식 (4)과 같이 표현되며, 여기서 α 는 타원판의 주축이 x 축과 이루는 방위각이다. 이를 미분하면 식 (5)과 같다.

$$w = u(t) + iv(t)$$

$$\bar{w} = u(t) - iv(t), \quad 0 \leq t \leq 2\pi \quad (3)$$

$$u(t) = a \cos t \cos \alpha - b \sin t \sin \alpha + \xi_0 - x$$

$$v(t) = a \cos t \sin \alpha + b \sin t \cos \alpha + \eta_0 - y \quad (4)$$

$$u'(t) = -a \sin t \cos \alpha - b \cos t \sin \alpha$$

$$v'(t) = -a \sin t \sin \alpha + b \cos t \cos \alpha \quad (5)$$

복소 평면에서 이중 적분을 폐곡선에 대한 선적분으로 변환시키는 복소수 형태의 그린 정리(Green's theorem)는 식 (6)으로 주어진다(Kwok, 1989; Kwok, 1991b; Kwok and Beyer, 1993).

$$\oint_C F(w, \bar{w}) dw = 2i \iint_S \frac{\partial F(w, \bar{w})}{\partial \bar{w}} d\xi d\eta \quad (6)$$

복소 그린 정리를 타원판에 의한 식 (2)에 적용하면 다음과 같은 관계식을 얻을 수 있다.

$$2i \frac{\partial F(w, \bar{w})}{\partial \bar{w}} = \frac{(\zeta_0 - z)}{\{w\bar{w} + (\zeta_0 - z)^2\}^{\frac{3}{2}}} \quad (7)$$

식 (7)의 양변을 \bar{w} 로 적분하면 $F(w, \bar{w})$ 가 구해진다(Gradshteyn and Ryzhik, 1980).

$$F(w, \bar{w}) = i \frac{(\zeta_0 - z)}{w\sqrt{w\bar{w} + (\zeta_0 - z)^2}} \quad (8)$$

따라서 타원판에 의한 수직 중력(식 9)과 같이 복소 평면에서의 1차원 선적분으로 변환된다.

$$g_z = \gamma\rho(\zeta_0 - z) \operatorname{Re} \left(i \oint_C \left[\frac{1}{w\sqrt{w\bar{w} + (\zeta_0 - z)^2}} - \frac{1}{w|\zeta_0 - z|} \right] dw \right) \quad (9)$$

여기서 폐곡선 C 는 타원판의 경계이고, 식 (9)의 괄호 안 두 번째 복소 선적분은 식 (10)과 같이 w 의 근의 위치에 따라 다르게 주어진다(Kwok, 1991a).

$$i \oint_C \frac{1}{w|\zeta_0 - z|} dw = \begin{cases} 0 & w=0 \text{ locates outside } C \\ \frac{\pi}{|\zeta_0 - z|} & w=0 \text{ locates on } C \\ -\frac{2\pi}{|\zeta_0 - z|} & w=0 \text{ locates inside } C \end{cases} \quad (10)$$

결과적으로 타원 매개 변수를 이용하면 타원판에 대한 수직 중력은 식 (10)의 부가된 값을 포함하여 식 (11)으로 유도된다.

$$g_z = \begin{cases} -\gamma\rho(\zeta_0 - z) \int_0^{2\pi} \frac{1}{r} \theta_1(t) dt & \text{if } (x, y) \text{ locates outside } C \\ -\gamma\rho(\zeta_0 - z) \int_0^{2\pi} \frac{1}{r} \theta_1(t) dt + \pi\gamma\rho & \text{if } (x, y) \text{ locates on } C \\ -\gamma\rho(\zeta_0 - z) \int_0^{2\pi} \frac{1}{r} \theta_1(t) dt + 2\pi\gamma\rho & \text{if } (x, y) \text{ locates inside } C \end{cases} \quad (11)$$

$$\theta_1(t) = \frac{u(t)v'(t) - u'(t)v(t)}{u(t)^2 + v(t)^2} \quad (12)$$

식 (11)에서 보듯이 타원판에 의한 수직 중력은 측정점이 타원판 외부 또는 경계에 위치할 때 부가되는 값이 존재한다. 식 (12)와 같이 이 논문에서 도입한 $\theta(t)$ 함수들은 수평 변수로만 따로 분리하여 정의한 함수이므로 수직 변수로 $\theta(t)$ 를 미분하면 소거된다.

벡터 중력의 x 성분은 타원 기둥에 의한 인력 퍼텐셜 (식 1)을 x 축 방향으로 미분하여 구한다.

$$g_x = \frac{\partial U}{\partial x} = \gamma\rho \iint_S \frac{\xi - x}{r^3} d\xi d\eta \quad (13)$$

벡터 중력의 x 성분은 식 (3)에 정의한 켈레 복소수를 도입하면 식 (14)로 변환한다.

$$g_x = \gamma\rho \operatorname{Re} \left(\iint_S \frac{1}{2} \frac{w + \bar{w}}{\{w\bar{w} + (\zeta_0 - z)^2\}^{\frac{3}{2}}} d\xi d\eta \right) \quad (14)$$

복소 그린 정리를 이용하면 식 (14)의 이중 적분은 식 (15)과 같이 복소 평면에서 1차원 폐곡선 선적분으로 변형된다.

$$g_x = \gamma\rho \operatorname{Re} \left(i \frac{1}{2} \oint_C \left[\frac{1}{\sqrt{w\bar{w} + (\zeta_0 - z)^2}} - \frac{2(\zeta_0 - z)^2 + w\bar{w}}{\sqrt{w\bar{w} + (\zeta_0 - z)^2}} \frac{\bar{w}^2}{w^2 \bar{w}^2} \right] dw \right) \quad (15)$$

타원판 경계인 폐곡선 C 에 대한 선적분을 매개변수 적분으로 변환하면 타원판에 의한 벡터 중력의 x 성분이 유도된다.

$$g_x = \frac{\gamma\rho}{2} \int_0^{2\pi} -\frac{1}{r} v'(t) + \left[r + \frac{(\zeta_0 - z)^2}{r} \right] \theta_{x_2}(t) dt \quad (16)$$

$$\theta_{x_2}(t) = \frac{(u^2(t) - v^2(t))v'(t) - 2u(t)v(t)u'(t)}{(u^2(t) + v^2(t))^2} \quad (17)$$

같은 방법을 벡터 중력의 y 성분에 적용하면 식 (18)과 같다.

$$g_y = \frac{\gamma\rho}{2} \int_0^{2\pi} \frac{1}{r} u'(t) + \left[r + \frac{(\zeta_0 - z)^2}{r} \right] \theta_{y_2}(t) dt \quad (18)$$

$$\theta_{y_2}(t) = \frac{(u^2(t) - v^2(t))u'(t) + 2u(t)v(t)v'(t)}{(u^2(t) + v^2(t))^2} \quad (19)$$

타원판에 의한 중력 변화율 텐서

타원판에 대한 중력 변화율 텐서의 xz , yz , zz 성분은 벡터 중력을 z 변수로 미분하여 구한다.

$$g_{xz} = \frac{\gamma\rho}{2} (\zeta_0 - z) \int_0^{2\pi} -\frac{1}{r^3} v'(t) + \left[-\frac{3}{r} + \frac{(\zeta_0 - z)^2}{r^3} \right] \theta_{x_2}(t) dt \quad (20)$$

$$g_{yz} = \frac{\gamma\rho}{2} (\zeta_0 - z) \int_0^{2\pi} \frac{1}{r^3} u'(t) + \left[-\frac{3}{r} + \frac{(\zeta_0 - z)^2}{r^3} \right] \theta_{y_2}(t) dt \quad (21)$$

$$g_{zz} = \gamma\rho \int_0^{2\pi} \left[\frac{1}{r} - \frac{(\zeta_0 - z)^2}{r^3} \right] \theta_1(t) dt \quad (22)$$

관측점이 타원판 내부 또는 경계에 있을 때 타원판에 의한 수직 중력에 부가되는 상수 값이 있지만 중력 변화율 텐서 성분은 수직 중력을 미분하므로 이 상수 값이 사라진다.

타원판의 중력 변화율 텐서 xx 성분을 유도하기 위하여 벡터 중력 x 성분을 1차원 선적분으로 변환하기 이전 단계에서 x 변수로 먼저 미분한다.

$$g_{xx} = \frac{\partial g_x}{\partial x} = \gamma\rho \iint_S -\frac{1}{r^3} + \frac{3(\xi - x)^2}{r^5} d\xi d\eta \quad (23)$$

식 (23)에 켈레 복소수를 도입하면 식 (24)로 변형된다.

$$g_{xx} = \gamma\rho \iint_S \left(-\frac{1}{\{w\bar{w} + (\zeta_0 - z)^2\}^{\frac{3}{2}}} \right) d\xi d\eta + \gamma\rho \iint_S \frac{3w^2 + 6w\bar{w} + 3\bar{w}^2}{4} \left(\frac{1}{\{w\bar{w} + (\zeta_0 - z)^2\}^{\frac{5}{2}}} \right) d\xi d\eta \quad (24)$$

식 (24)에 복소 그린 정리를 적용하고 타원판의 매개 변수를 도입하면 식 (25)과 같이 타원판에 의한 중력 변화율 텐서의 xx 성분이 유도된다.

$$g_{xx} = -\frac{\gamma\rho}{4} \int_0^{2\pi} \frac{1}{r^3} \theta_0(t) dt + \frac{\gamma\rho}{2} \int_0^{2\pi} \left[-\frac{1}{r} + \frac{(\zeta_0 - z)^2}{r^3} \right] \theta_1(t) dt + \frac{\gamma\rho}{4} \int_0^{2\pi} \left[3r + \frac{6(\zeta_0 - z)^2}{r} - \frac{(\zeta_0 - z)^4}{r^3} \right] \theta_{x3}(t) dt \quad (25)$$

여기서 $\theta_0(t)$ 와 $\theta_{x3}(t)$ 는 각각 식 (26)과 (27)로 정의된다.

$$\theta_0(t) = u(t)v'(t) + v(t)u'(t) \quad (26)$$

$$\theta_{x3}(t) = \frac{(u^3(t) - 3u(t)v^2(t))v'(t) - (3u^2(t)v(t) - v^3(t))u'(t)}{(u^2(t) + v^2(t))^3} \quad (27)$$

같은 방법으로 yy 성분은 다음과 같이 유도된다.

$$g_{yy} = \frac{\gamma\rho}{4} \int_0^{2\pi} \frac{1}{r^3} \theta_0(t) dt + \frac{\gamma\rho}{2} \int_0^{2\pi} \left[-\frac{1}{r} + \frac{(\zeta_0 - z)^2}{r^3} \right] \theta_1(t) dt - \frac{\gamma\rho}{4} \int_0^{2\pi} \left[3r + \frac{6(\zeta_0 - z)^2}{r} - \frac{(\zeta_0 - z)^4}{r^3} \right] \theta_{x3}(t) dt \quad (28)$$

퍼텐셜 이론에 따르면 중력 변화율 텐서의 xx , yy 및 zz 성분의 합은 항상 '0'인데(Cevallos, 2017; Lowrie and Fichtner, 2020), 타원판에 의한 중력 변화율 텐서의 경우에도 이를 만족함을 알 수 있다.

마지막으로 타원판의 중력 변화율 텐서 xy 성분은 벡터 중력의 x 성분을 y 변수로 미분하거나 y 성분을 x 변수로 미분하여 구한다.

$$g_{xy} = \frac{\partial g_x}{\partial y} = \frac{\partial g_y}{\partial x} = \gamma\rho \iint_S \frac{3(\xi - x)(\eta - y)}{r^5} d\xi d\eta \quad (29)$$

식 (29)에 켈레 복소수를 도입하면 식 (30)이다.

$$g_{xy} = -\frac{\gamma\rho}{2} \text{Im} \left[\iint_S \frac{3\bar{w}^2}{\{w\bar{w} + (\zeta_0 - z)^2\}^{\frac{5}{2}}} d\xi d\eta \right] \quad (30)$$

복소 그린 정리를 적용하고 타원 경계에 대한 매개 변수를 도입하면 식 (31)과 같이 유도된다.

$$g_{xy} = \frac{\gamma\rho}{2} \int_0^{2\pi} \left[3r + \frac{6(\zeta_0 - z)^2}{r} - \frac{(\zeta_0 - z)^4}{r^3} \right] \theta_{y3}(t) dt \quad (31)$$

$$\theta_{y3}(t) = \frac{(u^3(t) - 3u(t)v^2(t))u'(t) + (3u^2(t)v(t) - v^3(t))v'(t)}{(u^2(t) + v^2(t))^3} \quad (32)$$

벡터 중력 및 중력 변화율 텐서 모델링

Fig. 2는 중심이 (0, 0, 500 m), 단반경 400 m, 장반경 800 m, 면밀도 1,000 kgm⁻²인 타원판에 의한 벡터 중력을 보여준다. 타원판에 의한 벡터 중력은 타원 기둥에 의한 벡터 중력 반응(Rim, 2023)과 비슷한 패턴을 보이고 있고, 특히 수직 중력의 경우 장축의 방위각인 120° 방향으로 연장성을 보여주고 있다. 타원판의 장반경과 단반경을 동일하게 400 m로 설정하면 반지름이 400 m인 원판과 같은 반응을 보이는데, 이들의 차이는 10⁻⁹ μGal 이내로 완벽하게 일치한다(Fig. 3). 원판에 의한 벡터 중력 계산은 Rim (2021)의 원판에 의한 벡터 중력 반응식을 이용하였다.

동일한 타원판에 대한 중력 변화율 텐서 반응(Fig. 4)은 타원 기둥에 의한 중력 변화율 텐서(Rim, 2023)와 비슷한 양상을 보이고, 특히 zz 성분의 경우 수직 중력과 같은 양상인 장반경 방향으로 중력 변화율 텐서 이상 반응이 연장된다. 벡터 중

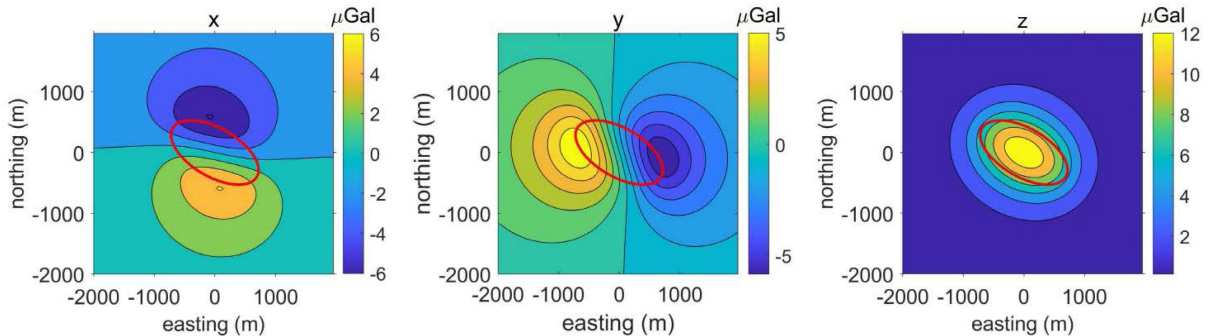


Fig. 2. Vector gravity due to an elliptical disk. The center of the elliptical disk is located at (0, 0, 500 m). The short and long radius are 400 m and 800 m, respectively. The density of the elliptical disk is 1,000 kgm⁻². The observation points are located at the sea level. The red line represents the elliptical disk.

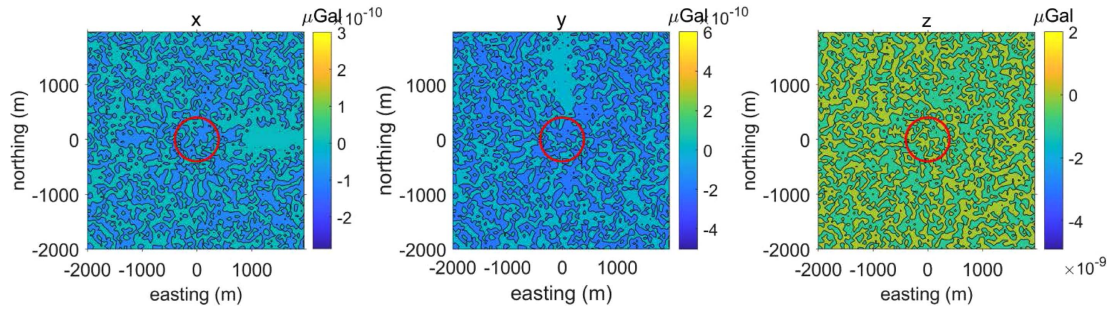


Fig. 3. Differences of the vector gravity between circular and elliptical disks.

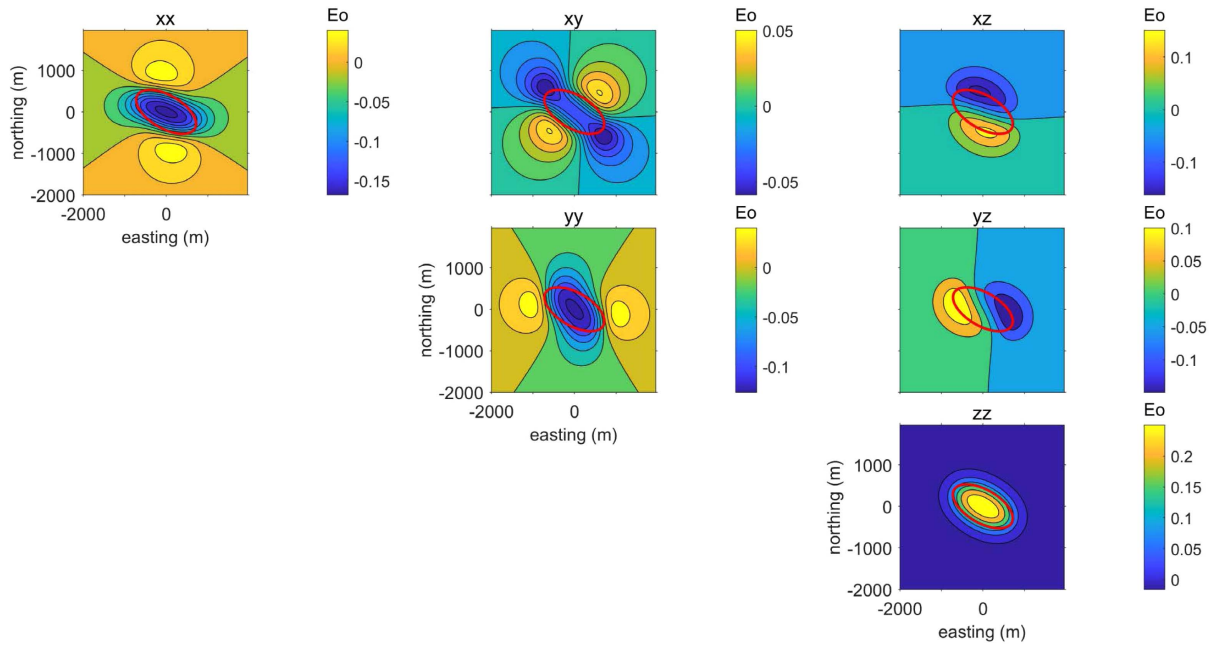


Fig. 4. Gravity gradient tensor due to the same elliptical disk used in Fig. 2.

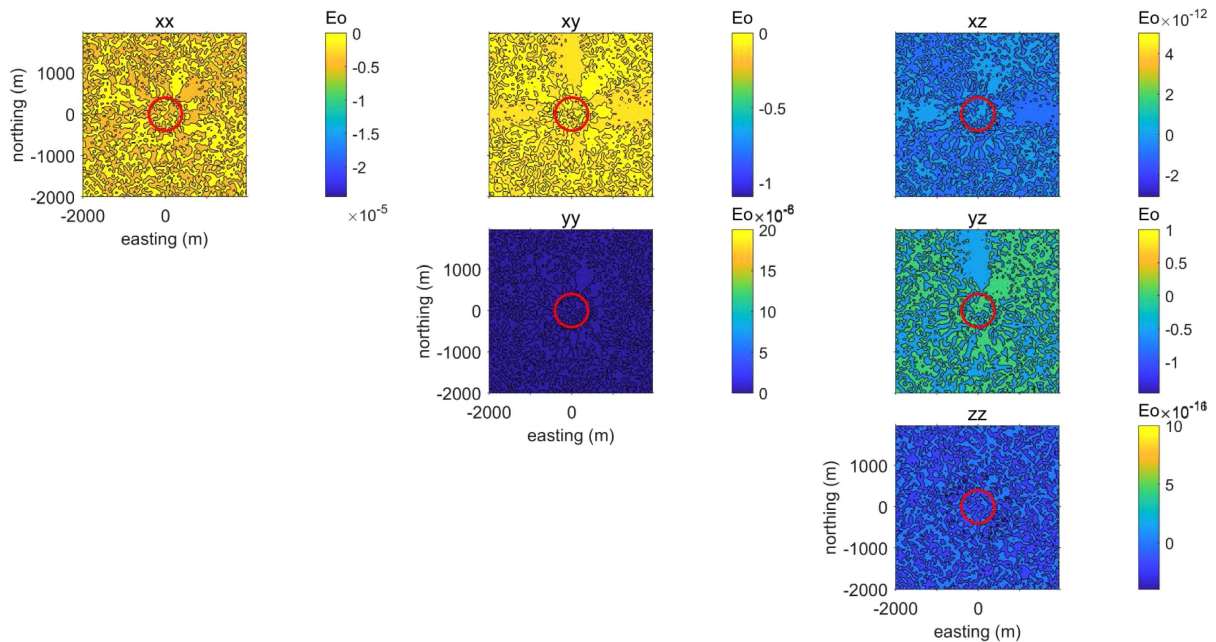


Fig. 5. Differences of the gravity gradient tensor between circular and elliptical disks.

력에서 비교한 것과 같이 Fig. 5에서 원판의 중력 변화율 텐서 (Rim, 2021)와 비교한 경우 완벽한 일치 결과를 보여준다.

결론

타원판에 의한 벡터 중력은 이중 적분으로 표현된 타원판의 중력 퍼텐셜을 각 축 방향의 변수로 미분한 후 복소 그린 정리를 이용하여 타원판의 경계를 따라 1차원 선적분으로 변환하여 유도하였다. 중력 변화율 텐서의 성분 중 xz , yz , zz 성분은 벡터 중력을 z 변수로 미분하여 유도하고, 나머지 xx , yy , xy 성분은 이중 적분 형태의 벡터 중력 수평 성분을 수평 변수로 미분한 후 복소 그린 정리를 적용하여 1차원 선적분으로 변형하여 유도하였다. 이 논문에서 유도한 타원판의 중력 및 중력 변화율 텐서를 기존에 유도한 원판에 의한 벡터 중력 및 중력 변화율 텐서 반응식과 비교하여 완벽하게 일치함을 보였다.

자연적으로 생성되는 지하 이상체는 불균질성에 의해 원형 대칭이 아닌 한 축이 다른 축보다 연장되어 나타나는 경우가 있다. 이런 이상체를 얇은 판상의 조합으로 표현할 때는 원판보다 타원판의 조합이 적합하다. 이상체가 단면이 타원 형태를 갖지만 중심 축을 따라 장축의 방위각이 달라지는 경우 이 논문에서 유도한 타원판에 의한 중력 및 중력 변화율 텐서 반응식으로 모델링할 수 있다.

감사의 글

이 논문은 2023년도 정부(교육부)의 재원으로 한국연구재단의 램프(LAMP) 사업 지원을 받아 수행된 연구임(No. RS-2023-00301938).

References

- Battaglia, M., Gottsmann, J., Carbone, D., and Fernández, J., 2008, 4D volcano gravimetry, *Geophysics*, **73**(6), WA3-WA18. doi: 10.1190/1.2977792
- Blakely, R. J., 1996, *Potential Theory in gravity and magnetic applications*, Cambridge University Press. doi: 10.1017/CBO9780511549816
- Capriotti, J., and Li Y., 2022, Joint inversion of gravity and gravity gradient data: A systematic evaluation, *Geophysics*, **87**(2), G29-G44. doi: 10.1190/geo2020-0729.1
- Cevallos, C., 2017, Mathematical properties and physical meaning of the gravity gradient tensor eigenvalues, *Geophysics*, **82**(6), G115-G124. doi: 10.1190/geo2016-0418.1
- Gradshteyn, I. S., and Ryzhik, I. M., 1980, *Table of integrals, series, and products*, Academic Press. doi: 10.1016/C2013-0-10754-4
- Jirigalatu, J., and Ebbing, 2019, A fast equivalent source method for airborne gravity gradient data, *Geophysics*, **84**(5), G75-G82. doi: 10.1190/geo2018-0366.1
- Kamm, J., Lundin, I. A., Bastani, M., Sadeghi, M., and B. Pedersen, L. B., 2015, Joint inversion of gravity, magnetic, and petrophysical data — A case study from a gabbro intrusion in Boden, Sweden, *Geophysics*, **80**(5), B131-B152. doi: 10.1190/geo2014-0122.1
- Kwok, Y. K., 1989, Conjugate complex variables method for the computation of gravity anomalies, *Geophysics*, **54**(12), 1629-1637. doi: 10.1190/1.1442631
- Kwok, Y.-K., 1991a, Singularities in gravity computation for vertical cylinders and prisms, *Geophysical Journal International*, **104**(1), 1-10. doi: 10.1111/j.1365-246X.1991.tb02490.x
- Kwok, Y. K., 1991b, Gravity gradient tensors due to a polyhedron with polygonal facets, *Geophysical Prospecting*, **39**(3), 435-443. doi: 10.1111/j.1365-2478.1991.tb00320.x
- Kwok, Y. K., and Beyer, L. A., 1993, Gravity due to a body with rotational symmetry about a vertical axis, *Geophysics*, **58**(2), 298-306. doi: 10.1190/1.1443414
- Menezes, P. T., and García, M. D., 2007, Kimberlite exploration at Serra da Canastra province, Brazil, *Geophysics*, **72**(3), M1-M5. doi: 10.1190/1.2710352
- Lowrie, W., and Fichtner, A. 2020, *Fundamentals of Geophysics 3rd ed.*, Cambridge University Press. doi: 10.1017/9781108685917
- Nettleton, L. L., 1942, Gravity and magnetic calculations, *Geophysics*, **7**(3), 293-310. doi: 10.1190/1.1445015
- Rim, H., 2021, Closed-form expressions of the vector gravity and gravity gradient tensor due to a circular disk, *Geophys. and Geophys. Explor.*, **24**(1), 1-5. doi: 10.7582/GGE.2021.24.1.1 (in Korean with English abstract)
- Rim, H., 2023, The Expressions of Vector Gravity and Gravity Gradient Tensor due to an Elliptical Cylinder, *Geophys. and Geophys. Explor.*, **26**(1), 1-7. doi: 10.7582/GGE.2023.26.1.001 (in Korean with English abstract)
- Talwani, M., 1973, Computer usage in the computation of gravity anomalies, *Methods in Computational Physics: Advances in Research and Applications*, **13**, 343-389. doi: 10.1016/B978-0-12-460813-9.50014-X
- Uieda, L., and Barbosa, V. C. F., 2012, Robust 3D gravity gradient inversion by planting anomalous densities, *Geophysics*, **77**(4), G55-G66. doi: 10.1190/geo2011-0388.1